



# Méthode de Newton



Renaud Costadoat  
Lycée Dorian



DORIAN



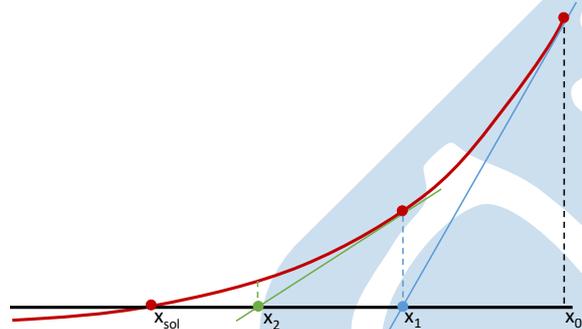
Développement de Taylor

Démarche

## Développement de Taylor

Hypothèses de départ:

- $f$  est continue sur l'intervalle  $[a, b]$ ,
- $f$  s'annule en un unique point de  $[a, b]$ , que l'on notera  $x_{sol}$ ,
- $f$  une fonction dérivable sur  $[a, b]$ ,
- $f'$  ne s'annule pas sur  $[a, b]$ .



Definition

Théorème du développement de Taylor à l'ordre 1.

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $u \in I$ . Le développement de Taylor à l'ordre 1 de  $f$  est donné par:

$$f(x) = f(u) + f'(u) \cdot (x - u) + o(x - u)$$

Géométriquement, lorsqu'on néglige le reste, le développement de Taylor donne l'équation de la tangente en  $u$ . L'intersection de cette tangente avec l'axe  $(O, \vec{x})$  tend vers  $x_{sol}$ .

## Démarche

Notons  $\Delta(x)$  cette équation, l'abscisse  $c$  de l'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses est donnée par la résolution de  $\Delta(c) = 0() \Leftrightarrow f(u) + f'(u) \cdot (c - u) = 0 \Leftrightarrow c = u - \frac{f(u)}{f'(u)}$ .

### Pseudo code:

1. Soit  $x_0$ , un réel dans  $I$ ,
2. La tangente à  $Cf$  au point d'abscisse  $x_0$ , a pour équation  $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$ ,
3.  $x_1$  est le réel vérifiant:  $f'(x_0) \cdot (x_1 - x_0) + f(x_0) = 0$ , ainsi  $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ ,
4. Récurrence: le réel  $x_n$  étant construit, calculer  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ .

### Conditions d'arrêt

- lorsque l'écart entre deux termes consécutifs est inférieur à une valeur définie,
- lorsque l'image du milieu de notre intervalle par  $f$  est inférieur à une valeur définie,
- lorsque le nombre d'itérations est supérieur à un nombre défini.

Le dernier terme  $x_n$  sera une approximation de  $x_{sol}$ .



## Code python

Proposer le code python de la fonction `methode_Newton`.

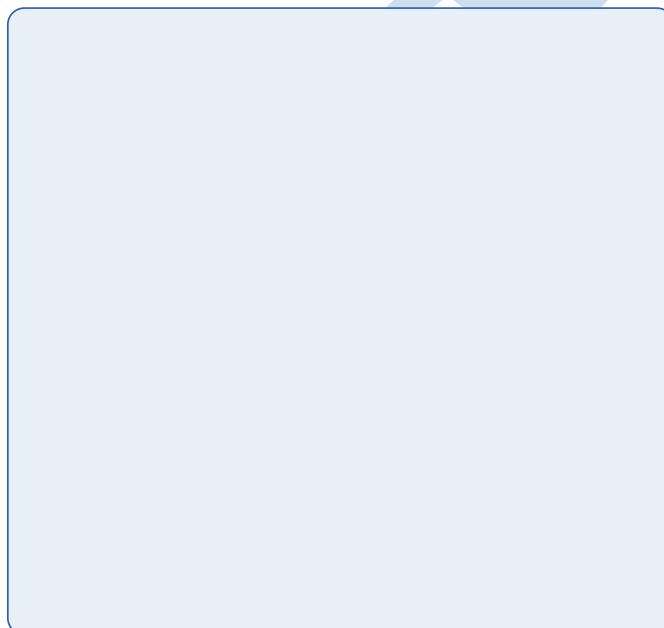
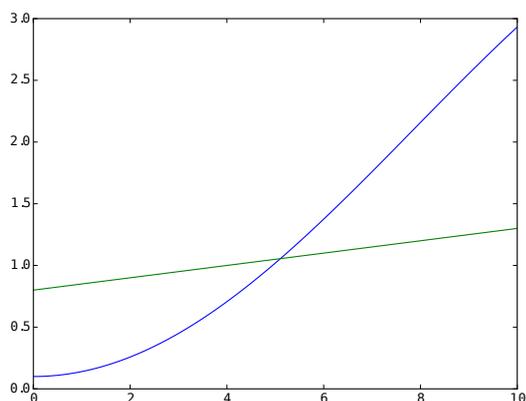


## Exercice

Déterminer en utilisant Python le point d'intersection des deux fonctions suivantes sur l'intervalle  $[0, 10]$ .

- $f_1(x) = -2 \cdot \cos\left(\frac{x}{5}\right) + 2,1,$

- $f_2(x) = 0,05 \cdot x + 0,8.$



## Comparaison des deux méthodes

Deux critères permettent de déterminer l'efficacité des deux méthodes.

- **Rapidité de convergence:** Dans les hypothèses où les deux méthodes convergent, la méthode de Newton converge plus « rapidement ». Exemple dans le cas précédent (résultat, nombre d'itérations) :

(5.1059522149400793, 5)

(5.105952024459839, 25)

- **Hypothèses et fonctions étudiées:** Sur ce critère, la méthode est moins contraignante, de plus, il n'est pas nécessaire avec la méthode de la dichotomie de déterminer la dérivée de la fonction.

